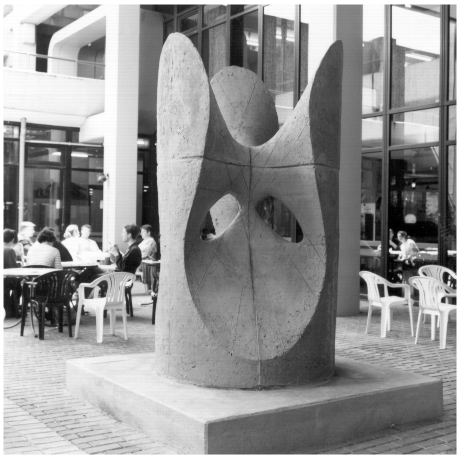


Die Diagonalfläche aus Keramik

von Rainer Kaenders

Im Sommer 1872 gelang es Adolf Weiler in Göttingen, ein Modell einer mathematisch faszinierenden kubischen Fläche herzustellen, welcher sein Lehrer Alfred Clebsch ein Jahr zuvor den Namen Diagonalfläche *gegeben hatte. Dieses Modell und seine vielfältigen Reproduktionen, die in kaum einer Sammlung mathematischer Modelle fehlen, haben seitdem Generationen von Mathematikern in ihren Bann gezogen.*
Anlässlich des 150. Geburtstages von Felix Klein wurde am 5. Juni 1999 im Rahmen des seit 20 Jahren alljährlich stattfindenden Felix-Klein-Kolloquiums an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf eine Plastik der Diagonalfläche von Clebsch (1,40 m breit und 2,50 m hoch) enthüllt.
Die BildhauerInnen Claudia Carola Weber aus Kleve-Keeken und Ulrich Forster aus Troisdorf führten diese von Gerd Fischer initiierte Skulptur aus. Als mathematischer Betreuer der Künstler und Zeuge des Entstehungsprozesses möchte ich über dieses ungewöhnliche Projekt berichten – nicht ohne einige Erläuterungen zur Mathematik der Diagonalfläche und zur Geschichte ihrer Modelle zu geben.

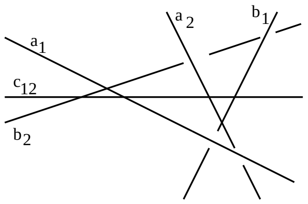
Die 27 Geraden auf einer glatten Kubik

1849, im Geburtsjahr Felix Kleins, bewiesen Arthur Cayley und George Salmon [CS49], dass auf jeder glatten kubischen Fläche im dreidimensionalen komplex projektiven Raum genau 27 komplexe Geraden liegen (siehe auch [Sal65, S. 183]). Ihr Beweis ist elementar und auch für uns heute sehr gut lesbar. Wenn man annimmt, dass es mindestens eine Gerade auf der Fläche gibt, was zu beweisen nicht allzu schwer ist, dann kann man ihre Argumentation wie folgt skizzieren: Jede Hyperebene, die die gegebene Gerade enthält, schneidet die kubische Fläche in einer Kurve, die aus dieser Geraden und einer Quadrik besteht. Die Bedingung, dass die Quadrik in zwei Geraden zerfällt, entspricht dem Verschwinden einer Determinante, deren Einträge von der einparametrigen Schar der Ebenen um diese gegebene Gerade abhängen. Dies führt im glatten Fall auf eine Gleichung 5. Grades mit fünf verschiedenen Lösungen. Damit gibt es durch jede Gerade auf der Fläche fünf Hyperebenen, deren Schnitt mit der Fläche aus drei Geraden besteht – sogenannten *dreifachen Tangentialebenen* oder *Tritangentialebenen*. Hält man nun eine solche Tritangentialebene fest, dann gibt es durch jede der drei auf ihr befindlichen Geraden noch weitere vier Tritangentialebenen. Damit haben wir also $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ weitere Geraden. Zählen wir die ersten drei Geraden hinzu, erhalten wir 27. Dies sind alle Geraden auf der glatten kubischen Fläche, denn jede zusätzliche Gerade müsste unsere fest gewählte Tritangentialebene in einem Punkt schneiden, der auf einer der drei Geraden liegt – schließlich bilden diese den vollständigen Durchschnitt mit der Fläche. Die von einer der Geraden auf unserer Tritangentialebene und dieser zusätzlichen Geraden aufgespannte Ebene müsste dann zwangsläufig eine der schon betrachteten 12 Tritangentialebenen sein, und damit gehörte diese zusätzliche Gerade zu den bereits aufgezählten.

Die Schläflische Doppelsechs

Diese Betrachtungsweise zeigt uns nicht nur, dass es 27 Geraden auf einer glatten kubischen Fläche gibt, sondern auch, wie diese sich schneiden (vgl. [Sch63] und [Sal65, S. 187]). Seien a_1 und b_1 zwei der 27 Geraden, die sich nicht schneiden. Betrachten wir eine der fünf Tritangentialebenen durch a_1, so gibt es auf ihr eine Gerade, die b_1 schneidet und eine, die dies nicht tut. Dies zeigt, dass es fünf Geraden gibt, die a_1 und b_1 schneiden, dass es fünf Geraden gibt, die nur a_1 und nicht b_1 schneiden, sowie fünf Geraden, die nur b_1, nicht aber a_1 schneiden, und dass die verbleibenden zehn Geraden weder mit a_1 noch mit b_1 einen Schnittpunkt haben.

Seien nun b_2, b_3, b_4, b_5, b_6 die mit a_1, aber nicht mit b_1 inzidenten Geraden und a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 die Geraden, welche b_1 aber nicht a_1 schneiden. Die b_i (genauso die Geraden a_i) sind untereinander paarweise nicht inzident, denn würden z. B. b_2 und b_3 sich schneiden, wären a_1, b_2, b_3 in einer Tritangentialebene, in der kein Platz mehr wäre für eine Gerade, die b_1 schneidet. Zu einer der fünf mit a_1, aber nicht mit b_1 inzidenten Geraden, sagen wir b_2, gibt es genau eine Gerade unter den a_i, die nicht b_2, aber alle Geraden b_1, b_3, b_4, b_5, b_6 schneidet. Dies sieht man wie folgt: Sei c_{12} die dritte Gerade in der Ebene von a_1 und b_2, welche nach Konstruktion die Gerade b_1 schneiden muss.



Die gesuchte Gerade unter den a_i ist die dritte Gerade in der von b_1 und c_{12} aufgespannten Ebene. O.B.d.A. sei dies a_2. Für die anderen b_i argumentiert man genauso.

Damit haben wir gezeigt, dass nach eventueller Umnummerierung sich bei der Matrix

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{pmatrix}$$

zwei der Geraden genau dann schneiden, wenn sie nicht in derselben Reihe oder Spalte stehen. Es ist dies die berühmte Notation der *Schläflischen Doppelsechs*, wie sie von Schläfli in [Sch58, S. 116] eingeführt wurde (siehe etwa auch [HCV96]). Sei c_{ij} für $i \neq j$ die fehlende Gerade in der Tritangentialebene von a_i und b_j bzw. von a_j und b_i (siehe obige Definition von c_{12}). Es gibt $\binom{6}{2} = 15$ solcher Geraden c_{ij}, und zusammen mit der Doppelsechs haben wir uns alle 27 Geraden vor Augen geführt. Führt man die obigen Betrachtungen weiter fort, sieht man ohne größere Schwierigkeiten, dass die Schläflische Doppelsechs die gesamte Schnittkonfiguration bestimmt: Eine Gerade c_{ij} schneidet unter den Geraden a_k, b_l genau diejenigen mit Index i oder j, und zwei der Geraden c_{kl} schneiden einander genau dann, wenn sie keinen gemeinsamen Index haben. Die gesamte Schnittmatrix findet man z. B. in [Hen11, S. 24].

Schneiden sich drei auf der Fläche befindliche Geraden in einem einzigen Punkt, so nennt man diesen einen *Eckardtpunkt*. Für eine glatte Fläche müssen solche drei Geraden in der Tangentialebene an diesem Eckardtpunkt liegen – einer Tritangentialebene, welche auch *Eckardtebene* genannt wird.

Clebschs Diagonalfläche

Die Clebsche Diagonalfläche ist nun eine reell projektive (und damit natürlich auch komplex projektive) kubische Fläche, bei der alle 27 komplexen Geraden sogar *reell* sind. Darüberhinaus ist sie die einzige komplex projektive kubische Fläche mit genau 10 Eckardtpunkten (siehe [Hun96, 4.1.11]).

Um Alfred Clebschs Gleichungen der Diagonalfläche zu verstehen, müssen wir an einen Begriff erinnern, den man im Gegensatz zu dem obigen spektakulären Resultat über kubische Flächen, heutzutage nur noch selten in Büchern über algebraische Geometrie findet (eine Ausnahme ist [Hun96]). Es ist dies der Begriff des *Sylvesterschen Pentaeders*. James Joseph Sylvester[1] behauptete 1851 in [Syl51], die folgende Aussage beweisen zu können: Für eine generische kubische Form F auf $\mathbb{P}_3(\mathbb{C})$ gibt es fünf Linearformen $\xi_1, \dots, \xi_5$ und fünf komplexe Zahlen $a_1, \dots, a_5$, so dass man F auf eindeutige Art und Weise schreiben kann als

$$\begin{gathered} F = a_1\xi_1^3 + a_2\xi_2^3 + a_3\xi_3^3 + a_4\xi_4^3 + a_5\xi_5^3, \\ \text{wobei} \quad \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 + \xi_5 = 0. \end{gathered}$$

Dieser Satz erlaubt einige unmittelbare Einsichten über kubische Flächen. Zum Beispiel sieht man leicht ein, dass jedes Paar zweier identischer Koeffizienten a_k, a_l für $k \neq l$ die Existenz eines Eckardtpunktes mit Eckardtebene $x_k + x_l = 0$ bedingt. Es gibt höchstens $\binom{5}{2} = 10$ solcher Paare.

Nun liegt es nahe, diejenige Fläche zu betrachten, bei der alle Koeffizienten übereinstimmen und auf der somit zehn Eckardtpunkte liegen müssen. Diese Fläche, gegeben durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} & \xi_1^3 + \xi_2^3 + \xi_3^3 + \xi_4^3 + \xi_5^3 = 0 \\ \text{und} \quad & \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 + \xi_5 = 0, \end{aligned}$$

ist die berühmte, 1871 von Clebsch [Cle71, S.331] so definierte *Diagonalfläche*.

1 Auch Jacob Steiner hat dieses Resultat ohne Beweis fünf Jahre später veröffentlicht (J. Reine Angew. Math., 53:133–141, 1856). Sowohl Klein [Kle26, S.163 und S.126ff] als auch Salmon [Sal65, S.173] bezweifeln die unabhängige Urheberschaft Steiners an diesem Satz. Der erste veröffentlichte Beweis des Satzes stammt von Clebsch, der sich in [Cle61] nur auf Steiners Artikel bezieht. Für neuere Beweise verweisen wir auf die Literaturangaben in [Hun96]. Auch spätere Untersuchungen Schläflis, Rodenbergs und Kleins stützen sich wesentlich auf diesen Satz.

Was ist diagonal an der Diagonalfläche?

Um die von Clebsch gegebene Begründung für diesen Namen zu verstehen, sollte man sich den folgenden elementaren Sachverhalt vor Augen führen. Für ein regelmäßiges Tetraeder oder Vierseit (d. h. ein 3-Simplex) im $\mathbb{R}^3$ mit Mittelpunkt $0 \in \mathbb{R}^3$ seien $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ die äußeren Normalenvektoren auf den vier Seiten. Die Linearformen $\xi_i(v) := \langle \eta_i, v \rangle$, $i = 1, \ldots, 4$ erfüllen dann: $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 0$. Die *Diagonalen* dieses Vierseits sind definiert als die drei Geraden, welche jeweils durch die Mittelpunkte gegenüberliegender Kanten des Tetraeders verlaufen. Für Indizes i, j, k, l mit $\{i, j, k, l\} = \{1, 2, 3, 4\}$ wird eine von ihnen beschrieben durch

$$\xi_i + \xi_j = \xi_k + \xi_l = 0.$$

Die Analogie zum Sylvesterschen Pentaeder der reellen Diagonalfläche liegt auf der Hand. Seien $\xi_1, \ldots, \xi_5$ fünf Linearformen auf $\mathbb{R}^4$, welche die Seiten ($\xi_i = 1$) eines regelmäßigen Pentaeders oder Fünfseits (4-Simplex) im $\mathbb{R}^4$ beschreiben. Dann gilt $(\xi_1 + \cdots + \xi_5 = 0$. Für $i \in \{1, \ldots, 5\}$ und vier weitere Indices j, k, l, m mit $\{i, j, k, l, m\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ finden wir auf der Ebene $\xi_i = 0$ drei Geraden, welche sämtlich auf der Diagonalfläche liegen:

$$\begin{aligned} \xi_j + \xi_k &= \xi_l + \xi_m = 0, \\ \xi_j + \xi_l &= \xi_k + \xi_m = 0, \\ \xi_j + \xi_m &= \xi_k + \xi_l = 0. \end{aligned}$$

In [Cle71, S.331] schreibt Clebsch:

> Die Diagonalen der Vierseite, welche von der Fläche eines Pentaeders je auf der fünften ausgeschnitten werden, liegen auf einer Fläche 3^{ter} Ordnung. Ich werde diese specielle Fläche deswegen die Diagonalfläche des Pentaeders nennen.

Man sieht unmittelbar, dass jede dieser Diagonalen zwei Eckardtpunkte miteinander verbindet, und dass alle durch Eckardtpunkte verlaufenden Geraden Diagonalen sind.

Clebsch erklärt in [Cle71] auch, wie man die anderen 12 Geraden findet. Sei ω eine imaginäre fünfte Einheitswurzel. Dann befinden sich offensichtlich die Punkte $\xi = (1 : \omega : \omega^2 : \omega^3 : \omega^4)$ und $\bar{\xi} = (1 : \omega^4 : \omega^3 : \omega^2 : \omega)$ auf der Diagonalfläche. Aber auch die Verbindungsgerade $\lambda\xi + \mu\bar{\xi}$ für $(\lambda : \mu) \in \mathbb{P}_1(\mathbb{C})$ liegt darauf! Eine reelle Gerade erhalten wir durch

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{P}_1(\mathbb{R}) & \to & \mathbb{P}_4(\mathbb{R}) \\ (t : s) & \mapsto & t(\xi + \bar{\xi}) + \sqrt{-1}\, s(\xi - \bar{\xi}). \end{array}$$

Permutiert man nun die Einheitswurzeln in ξ (erster Eintrag bleibt normiert als 1), so findet man 12 solcher Geraden. Es ist nicht schwer, sich davon zu überzeugen, dass diese 12 Geraden eine Schläflische Doppelsechs bilden.

Das Modell von Adolf Weiler

Vorbild für unsere Skulptur war das Modell der Diagonalfläche von Adolf Weiler. Es muss erwähnt werden, dass es vor diesem Modell in Göttingen schon ein Modell der allgemeinen kubischen Fläche gab, welches von Christian Wiener angefertigt wurde und weit über die Grenzen Göttingens hinaus bekannt war.[2] Klein berichtete über seine Bestrebungen zum Bau von mathematischen Modellen algebraischer Flächen [Kle22, S.3]:

> Einen wesentlichen Impuls hatten meine hier in Betracht kommenden Bestrebungen, daß ich Pfingsten 1868, [...] das später vielbesprochene (auch noch ganz unsymmetrische, durch empirische Konstruktion hergestellte) Modell Christian Wieners einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Graden hatte kennen lernen.

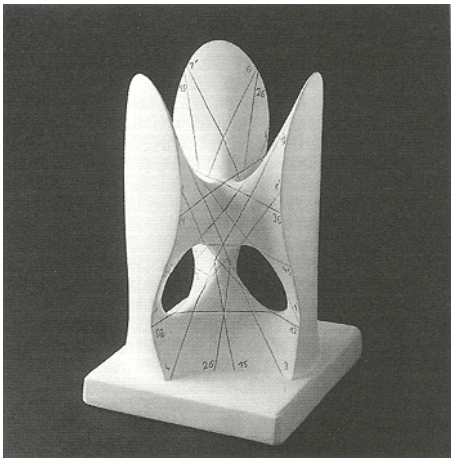
In Kenntnis dieses ersten Modells stellte dann Adolf Weiler sein Modell der Diagonalfläche im Sommer 1872 unter der Anleitung von Clebsch her. Bevor Klein in seinem Artikel [Kle22, S. 30] detailliert die Schnittverhältnisse auf der Diagonalfläche darlegt, schreibt er hierüber:

> Ein solches Modell wurde von Herrn Weiler nach Angaben von Clebsch ausgeführt [...] und ich habe wesentlich an diesem Modelle die im folgenden entwickelten Verhältnisse kennengelernt.

Eine Gipskopie des Modells wurde dann Teil einer Serie von 27 Gipsmodellen kubischer Flächen: der sogenannten *Rodenberg-Serie* (vgl. [Kle22, S.4] und [Fis86]).

In dem Sitzungsbericht vom 3. August 1872 der *Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu*

2 Sylvester schreibt hierüber bei einer Aufzählung der "most remarkable [...] births of time for the current year" unter anderem in *Proc. London Math. Soc., II:137–160, 1869*: "On second thoughts I ought to tack on to this list of memorabilia, which must for ever make 1869 stand out in the Fasti of science, Capt. Andrew Noble's mechanical invention for measuring up to the millionth part of a second the rate of motion of a shot inside a cannon, and Dr. Christian Wieners wonderful realization in stereoscopic drawings of the Salmon–Cayley 27 lines on a cubic surface ...".



Gipsmodell der Diagonalfläche aus der *Rodenberg-Serie*; mühevoll hergestellte Kopie von Nikos Zikos, Restaurator an der Münchener Glyptothek (Abbildung aus [Fis86]).

Göttingen [CK72] berichten Clebsch und Klein über ihre Modelle kubischer Flächen. Dort lesen wir: „Hr. Clebsch legte zwei Modelle vor, welche Hr. stud. Weiler hierselbst dargestellt hatte, und welche sich auf eine besondere Classe von Flächen dritter Ordnung beziehen.“ Hierbei handelte es sich um ein Modell der Diagonalfläche und eines, welches nur ihre 27 Geraden darstellte.

Vor allem aber finden wir eine Bauanleitung für Weilers Modell:

> Das Pentaeder war so gewählt, dass zunächst ein steiles Tetraeder mit horizontaler Basis gebildet war, welches durch eine Drehung von 120° um eine Verticalachse in sich selbst überging; die fünfte Ebene war die Basis parallel gelegt, und gleichweit von der Spitze wie von der Basis entfernt.

Gleichungen für die Seiten eines *steilen* Tetraeders sind zum Beispiel:

$$\begin{aligned}
\xi_1(x,y,z) = &\quad (-\tfrac{\sqrt{6}}{3}x + \tfrac{1}{3}y + \tfrac{\sqrt{2}}{3}z) - 1,\\
\xi_2(x,y,z) = &\quad (\tfrac{\sqrt{6}}{3}x + \tfrac{1}{3}y + \tfrac{\sqrt{2}}{3}z) - 1,\\
\xi_3(x,y,z) = &\quad (\tfrac{1}{3}y - 2\tfrac{\sqrt{2}}{3}z) - 1,\\
\xi_4(x,y,z) = &\quad (3 + y).
\end{aligned}$$

Die halbierende Ebene zwischen Basis und Spitze dieses Tetraeders wird dann gegeben durch: $\xi_5(x,y,z) = -2y$. Zusammen mit $\sum_{i=1}^{5} \xi_i^3 = 0$ ergibt sich eine Gleichung, die tatsächlich das berühmte Modell beschreibt, wie man etwa leicht mit einem geeigneten Computerprogramm[3] nachprüft.

Allgemein erfreuten sich mathematische Modelle gegen Ende des letzten Jahrhunderts großer Beliebtheit. Eine treibende Kraft bei dieser Entwicklung war Felix Klein. Als Kommissar des preußischen Unterrichtsministeriums begleitete er eine von seinem Assistenten Walther von Dyck vorbereitete Ausstellung „deutscher mathematischer Modelle“ zur DMV-Ausstellung 1893 nach München und schließlich zur Weltausstellung 1893 nach Chicago. Mit im Gepäck hatte er natürlich auch das Modell der Diagonalfläche. Doch leider scheint diese Ausstellung ein ziemlicher Misserfolg gewesen zu sein. Sie bestand vorwiegend aus in Schränken befindlichen Büchern, Dissertationen und Zeitschriften – dekoriert mit Ikonen deutscher Mathematiker. Die vor den Toren der Ausstellung stattfindende Wildwest-Show von Buffalo Bill war da wohl spannender [PR94, S. 304].

Der Bau der Skulptur

Bei unserer Skulptur haben wir uns, anders als beim Modell der Rodenberg-Serie, dafür entschieden, die Fläche nicht gleich unterhalb der Durchgänge abzuschneiden, sondern sie bis zum Rand des sie begrenzenden Zylinders ausschwingen zu lassen. Die Fläche schneidet sich langsam von unten in den massiven Vollzylinder hinein, der damit die einzige *künstliche* Begrenzung der Fläche darstellt.

Das Modell besitzt drei emporragende *Flügel*. Die Öffnungen zwischen diesen Flügeln erlauben den Blick auf die Fläche; insbesondere auf die drei *Durchgänge*. Wenn man vor einer der drei Öffnungen steht, sieht man direkt auf zwei Eckardtpunkte. Damit haben wir also sechs Eckardtpunkte entdeckt. Drei weitere Eckardtpunkte liegen im Unendlichen: man erkennt leicht drei Gruppen dreier in einer Ebene gelegener paralleler Geraden. Der noch fehlende Eckardtpunkt befindet sich oben auf dem Schnittpunkt der Fläche mit der zentralen Achse. Dort hat die Fläche einen sogenannten *Affensattel*.[4] Wie wir zuvor gesehen haben, verbindet jede Gerade durch einen Eckardtpunkt diesen mit genau einem weiteren. In ihren Ausmaßen übersteigt sie leicht die Dimensionen eines Menschen. Die Durchgänge und der Affensattel, in deren Umgebung es für den Betrachter sehr viel zu entdecken gibt, befinden sich in greifbarer Nähe.

Ein Ziel beim Bau der Skulptur war es, die Diagonalfläche und ihre Geradenkonfiguration im Rahmen der technischen Möglichkeiten genau und richtig darzustellen. Dabei stand uns, im Gegensatz zu den Mathematikern des letzten Jahrhunderts, Computertechnik

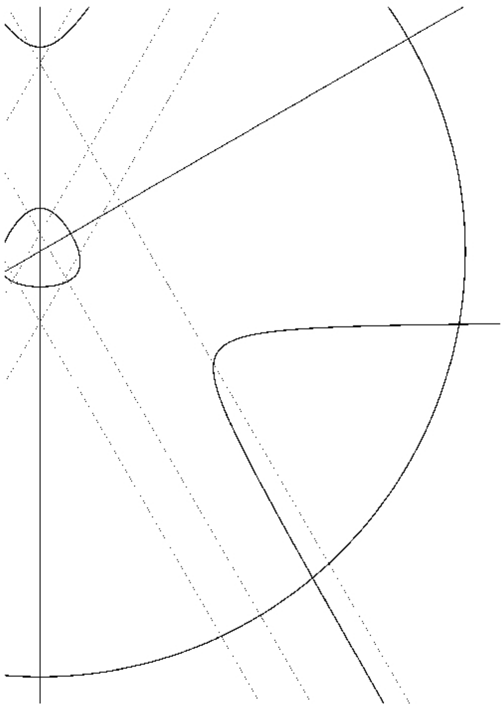
3 Wir haben alle Berechnungen mit dem frei erhältlichen Programm *surf* von Stephan Endrass (Universität Mainz), Hans Huelf, Ruediger Oertel und Kai Schneider durchgeführt.

4 Wenn ein Affe sich darauf setzt, hat er nicht nur Platz für seine Beine, sondern auch für seinen Schwanz (siehe [HCV96, S.169]).

zur Verfügung. Es ging aber auch darum, eine gestalterisch ansprechende Plastik zu bauen. Z. B. haben die BildhauerInnen sich daher für eine rauhe Oberfläche entschieden, da dies ihrer Ansicht nach dem verwendeten keramischen Material viel mehr entspricht als eine millimetergenaue glatte Oberfläche.

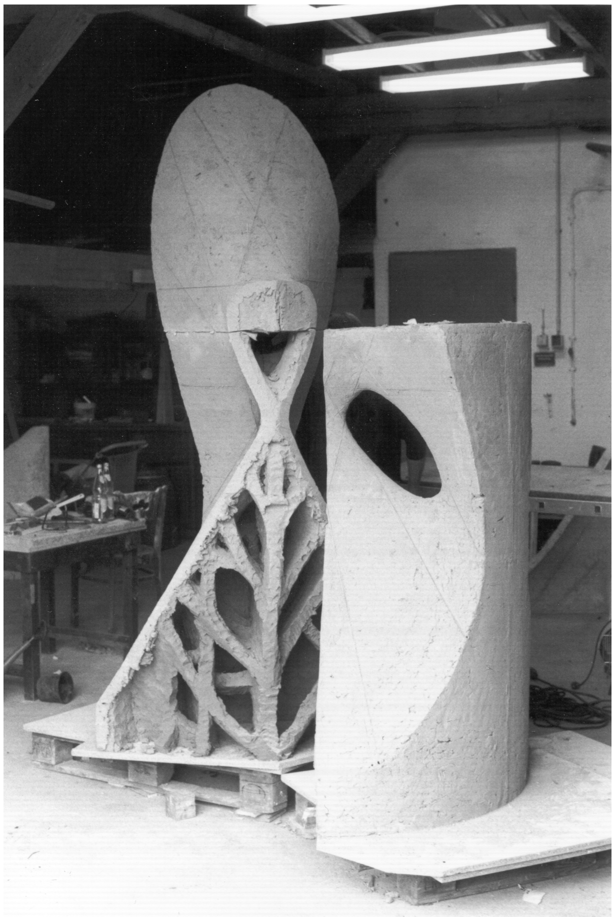
Durchführung

Mit dem Computer haben wir 100 horizontale Querschnitte durch ein Drittel der Diagonalfläche und neun ihrer Tritangentialebenen berechnet, sodass der Verlauf der 27 Geraden durch die Schnittpunkte von Querschnitten der Tritangentialebenen (auf der Abbildung auf Seite 20 als Geraden zu erkennen) und der Querschnittskurve der Fläche verfolgt werden konnte. Die 100 Querschnitte wurden dann auf einem A0-Plotter des Rechenzentrums ausgedruckt. Damit konnte der Bau der Skulptur beginnen. Aus Termingründen mussten die Modellierarbeiten in Ton – einem gegen Kälte und Frost empfindlichen Material – im Winter durchgeführt werden.



Querschnitt Nummer 49 durch ein Drittel der Skulptur

Zunächst bauten die BildhauerInnen ein Drittel der Figur massiv aus Tonplatten auf, wobei der Verlauf der Geraden festgehalten wurde. Von diesem Positiv nahmen sie dann eine zweiteilige Gipsform. Dabei



Die noch ungebrannte Fläche im Herstellungsprozess

wurde der Massivkern zerstört. Mit dieser zweiteiligen Gipsformen schließlich modellierten sie dreimal ein zweiteiliges Drittel der Skulptur – jedes bis auf eine Innenkonstruktion hohl. Die sechs so enstandenen, noch feuchten Teile der Diagonalfläche wurden dann in der Werkstatt zusammenmontiert. So konnte der Trocknungs- und Schrumpfungsprozess (10 % in der Länge) möglichst schadlos in einem regelmäßig zu überwachenden Trockenschrank vonstatten gehen.

Dieser Trocknungsprozess dauerte ungefähr drei Monate. Mit größter Vorsicht wurden nun die sechs Teile der Skulptur wieder auseinandergenommen und in einem Haubenofen der Firma *Wolf, Ofenkacheln GmbH* in Firmenich (Eifel) bei bis zu 1230 Grad Celsius eine Woche lang gebrannt.[5]

Nachdem die enorme Haube des Ofens über der Keramik wieder hochgezogen wurde, und die sechs Teile unversehrt geblieben waren, konnte innerhalb von zwei Tagen die Skulptur mit Hilfe von Portalkran und Flaschenzug auf den schon vorbereiteten Sockel montiert werden.

5 Dies war der letzte Brand am Standort Firmenich; danach wurde der für unser Projekt unentbehrliche Haubenofen aufgegeben.

Bei der Einweihung der Skulptur. V.l.n.r.: Ulrich Forster, Claudia Weber, Rektor Prof. Dr. Kaiser und Gerd Fischer. (Foto: Janine Illian, Pressestelle Universität Düsseldorf)

Bei der Enthüllung fasste Ulrich Forster die Haltung der KünstlerInnen zu diesem Projekt sehr schön zusammen, indem er sinngemäß sagte:

> Für uns ging es bei dieser Arbeit nicht um Bildhauerei. Vom skulpturalen Standpunkt aus gesehen gibt es zwar einige bildhauerische Arbeiten, mit der man diese Form vergleichen könnte. Ich denke hier etwa an Arbeiten von Henry Moore oder Hans Arp. Für uns aber – gerade zu Beginn – hat der Bau dieser Skulptur in erster Linie eine anspruchsvolle handwerkliche Herausforderung dargestellt. Nichtsdestoweniger wurde uns während der Arbeiten an der Plastik zunehmend klar, dass diese Form, als Skulptur, in einem hohen Maße stimmig ist. Und dies aufgrund ihrer mathematischen Struktur, welche als solche fasziniert. Für mich stellt sich hier die Frage: Wenn es diese Formen ausserhalb der Bildhauerei schon gibt, was kann man dem als Bildhauer entgegensetzen oder hinzufügen?

Literatur

[CS49] A. Cayley und G. Salmon. On the triple tangent planes to a surface of the third order. *Cambridge and Dublin Math. J.*, IV:118–132 und 252–260, 1849.

[CK72] A. Clebsch und F. Klein. Über Modelle von Flächen dritter Ordnung. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der G. A. Universität zu Göttingen / Göttinger Nachrichten*, 20:402–404, 14. August 1872.

[Cle61] A. Clebsch. Ueber eine Transformation der homogenen Functionen dritter Ordnung mit vier Veränderlichen. *J. Reine Angew. Math.*, LVIII(2):109–126, 1861.

[Cle71] A. Clebsch. Ueber die Anwendung der quadratischen Substitution auf die Gleichungen 5^{ten} Grades und die geometrische Theorie des ebenen Fünfseits. *Math. Ann.*, IV:284–345, 1871.

[Fis86] G. Fischer. *Mathematische Modelle/Mathematical Models*. Vieweg, 1986. Modell- und Kommentarband.

[HCV96] D. Hilbert und S. Cohn-Vossen. *Anschauliche Geometrie*. Springer-Verlag, New York, 1996. Zweite Auflage.

[Hen11] A. Henderson. *The Twenty-Seven Lines upon the Cubic Surface*. Number 13 in Cambridge Tracts in Math. and math. Physics. Hafner Publishing Co., New York, 1911.

[Hun96] B. Hunt. *The Geometry of some special Arithmetic Quotients*, volume 1637 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1996.

[Kle22] F. Klein. *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, II. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1922.

[Kle26] F. Klein. *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1926.

[PR94] D. E. Parshall und K. H. Rowe. *The Emergence of the American Mathematical Research Community, 1876-1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore*. History of Mathematics. American Math. Soc. and London Math. Soc., 1994.

[Sal65] G. Salmon. *Analytic Geometry of three Dimensions*, volume II. Chelsea Publishing Company, New York, Reprint 1965.

[Sch58] L. Schläfli. An Attempt to Determine the Twenty-seven Lines upon a Surface of the Third Order, and to Divide such Surfaces into Species in Reference to the Reality of the Lines upon the Surface. *Quart. J. pure appl. math.*, 2:55–66 und 110–120, 1858.

[Sch63] L. Schläfli. On the Distribution of Surfaces of the Third Order into Species, in reference to the absence or presence of Singular Points, and the reality of their Lines. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 153:193–241, 1863.

[Syl51] J. J. Sylvester. Sketch of a memoir on elimination, transformation and canonical forms. *Cambridge and Dublin Math. J.*, VI:186–200, 1851.

Adresse des Autors
Dr. Rainer Kaenders
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Universitätsstraße 1
40225 Düsseldorf
`kaenders@cs.uni-duesseldorf.de`